LK Mathematik	Arbeitsblatt ALY KS2 Funktionsuntersuchung von ganz-rat. Parameterfunktionen	LK 12.1
NAME:		

Die Funktionsuntersuchung von ganz-rationalen Parameterfunktionen läuft nach dem üblichen Schema für die Kurvendiskussion ab. Dabei werden nur diejenigen Punkte tatsächlich durchgeführt, die bei ganz-rationalen Funktionen von Belang sind.

Funktionsterm:

```
f(t,x):=tx^2-4
```

Symmetrie:

```
f(t,-x)
=
```

$$tx^2-4$$

also ist die Parameterfunktion für alle $t \in IR$ gerade und die zugehörige Kurvenschar ist achsensymmetrisch zur y-Achse.

Fernverhalten:

```
LIM(f(t,x),x,inf,0)
=
```

$$\infty \cdot \mathrm{SIGN}(t)$$

Der Grenzwert ist unendlich, sein Vorzeichen hängt vom Vorzeichen von t ab.

```
LIM(f(t,x),x,-inf,0)
=
```

$$\infty \cdot \mathrm{SIGN}(t)$$

Der Grenzwert ist unendlich, sein Vorzeichen hängt vom Vorzeichen von t ab.

Achsenschnittpunkte:

y-Achse:

```
f(t,0)
=
```

$$-4$$

Alle Kurven der Schar gehen durch den Punkt (0 | -4) auf der y-Achse.

x-Achse:

```
f(t,x)=0
SOLVE(f(t,x)=0,x)
=
```

$$x = -\frac{2}{\sqrt{t}} \vee x = \frac{2}{\sqrt{t}}$$

Jede Funktion hat zwei Nullstellen, deren Lage von t abhängt.
Ist $t \leq 0$, dann hat die Funktion keine reelle Nullstelle.

Ableitungen:

```
DIF(f(t, x), x)
=
                                              2tx
f1(t,x):=2tx
DIF(f1(t,x),x)
=
                                              2t
f2(t,x):=2t
DIF(f2(t,x),x)
=
                                              0
f3(t,x):=0
```

Damit sind die Ableitungsfunktionen berechnet und definiert.

Extrema:

N.K.

```
f1(t,x)=0
SOLVE(f1(t,x)=0,x)
=
                                           x=0 ∨ t=0
```

Für t≠0 ist x=0 ein Kandidat für eine Extremstelle. Da $f_t''(0)=2t$ ist, hängt das Vorzeichen von t ab. Ist t>0, dann ist $f_t''(0)>0$ und es liegt bei x=0 eine Tiefstelle vor. Entsprechend liegt für t<0 eine Hochstelle vor.
Ist t=0, dann sind alle Ableitungen gleich 0 und es liegt kein Extremum vor [in diesem Fall ist $f_0(x)=-4$ auch eine konstante Funktion].

Wendepunkte:

N.K.

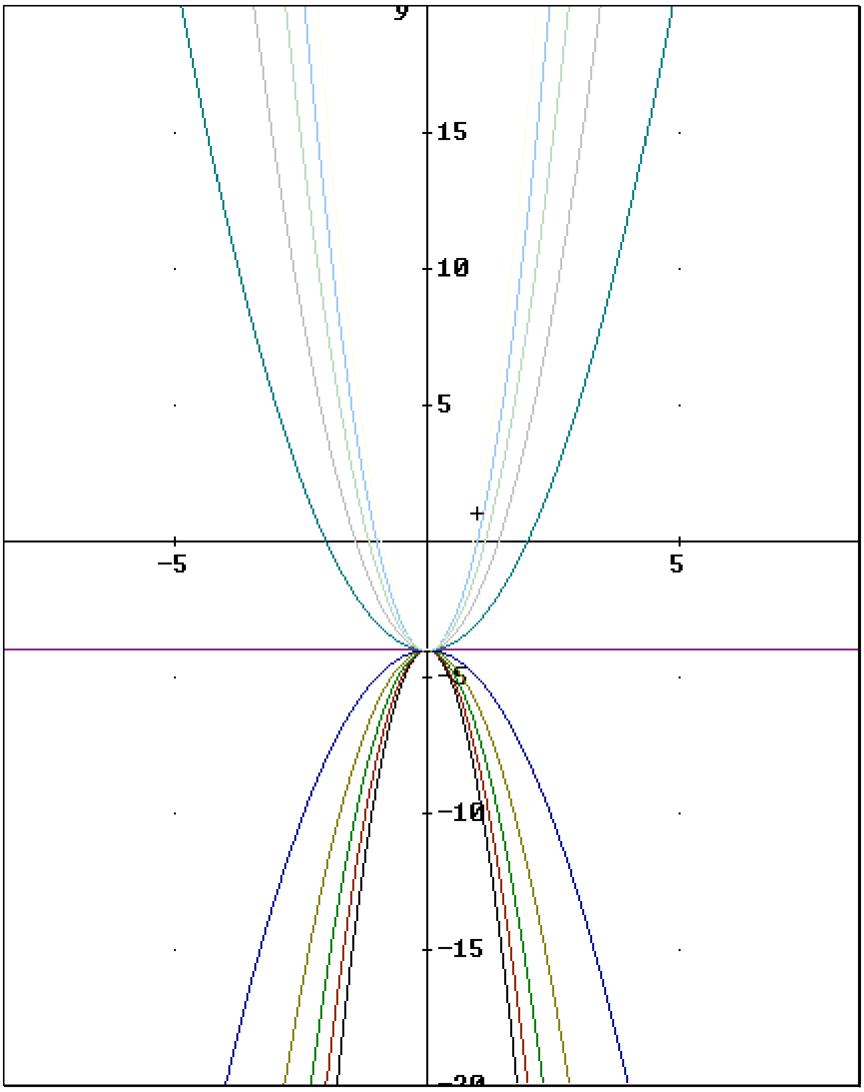
```
f2(t,x)=0
SOLVE(f2(t,x)=0,x)
=
                                              t=0
```

Für t≠0 ist $f_t''(x)\neq 0$ und damit existieren keine Wendestellen.

Für t=0, ist zwar f''(x)=0, aber auch alle weiteren Ableitungen. Daher existiert auch für diese konstante Funktion keine Wendestelle.

Graphen der Kurvenschar

```
VECTOR(f(t, x), t, -5, 5, 1)
=
```



Aufgabe zur Integralrechnung

Für welches t ∈ IN ist die Fläche zwischen den Koordinatenachsen und dem Graph am größten.
Stammfunktion:

```
INT(f(t, x), x)
=
```

$$\frac{tx^3}{3} - 4x$$

Die Grenzen sind gegeben durch 0 (für die y-Achse) und die Nullstelle $\frac{2}{\sqrt{t}}$ (für die x-Achse).
Fläche:

```
INT(f(t, x), x, 0, 2/√t)
=
```

$$-\frac{16}{3\sqrt{t}}$$

Je größer t wird, um so kleiner wird die Fläche. Also ist die Fläche für t=1 am größten und nimmt den Flächeninhalt 16/3 ein.

Aufgabe:

Diskutieren Sie auf gleiche Weise die Parameterfunktion $f_t(x) = tx^3 - 5x + t$ für t>0 und entscheiden Sie, ob die Fläche zwischen der negativen x-Achse, der positiven y-Achse und dem Funktionsgraphen für t=1 oder für t=2 einen größeren Flächeninhalt aufweist.