

LK Mathematik	<b>Arbeitsblatt ALY EX9</b> <b>Weitere Integrationsregeln</b> <b>Partielle Integration</b>	LK 12.1
<b>NAME:</b>		

Ausgangspunkt soll die Produktregel der Differenzialrechnung sein. Wir definieren eine Funktion  $F(x) = u(x) \cdot v(x)$ . Dann gilt für die Ableitungsfunktion

$$f(x) := F'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x). \text{ Dabei ist } F \text{ eine Stammfunktion von } f.$$

Dann gilt:

$$F(x) = u(x) \cdot v(x)$$

$$= \int [u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)] dx$$

$$= \int u'(x) \cdot v(x) dx + \int u(x) \cdot v'(x) dx \quad \text{Summenregel}$$

Also gilt:

$$\int u(x) \cdot v'(x) dx = \underbrace{u(x) \cdot v(x)}_{\text{Partielle Lösung}} - \underbrace{\int u'(x) \cdot v(x) dx}_{\text{Restintegral}}$$

Regel über die partielle Integration (Produktregel der Integralrechnung):

Sind  $u$  und  $v$  zwei stetig differenzierbare Funktionen, dann gilt:

$$\int u(x) \cdot v'(x) dx = \underbrace{u(x) \cdot v(x)}_{\text{Partielle Lösung}} - \underbrace{\int u'(x) \cdot v(x) dx}_{\text{Restintegral}}$$

Anwendung:

Mit Hilfe der partiellen Integration kann man eine Funktion  $f$  der Form

$f(x) = u(x) \cdot v'(x)$  teilweise integrieren, erhält aber ein Restintegral, dass aber ggf. einfacher zu lösen ist, als das Integral der Ausgangsfunktion. Ob allerdings die Lösung gelingt, ist nicht gesichert.