LK Mathematik	Arbeitsblatt ALY EX8 Weitere Ableitungsregeln Reziproken- und Quotientenregel	LK 12.1
NAME:		

Reziprokenregel:

Wenn die Funktion v an der Stelle a mit $v(a)\neq 0$ differenzierbar ist, dann ist auch die Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{v(x)}$ an der Stelle a differenzierbar und es gilt:

$$f'(x)=-\frac{v'(x)}{[v(x)]^2}$$

Beweis:

Sei $u(y)=\frac{1}{y}=y^{-1}$ und $y=v(x)$. Dann gilt: $u'(y)=-\frac{1}{y^2}$. Nach der Kettenregel gilt dann: $f'(x)=u'(y)\cdot v'(x)=-\frac{1}{y^2}\cdot v'(x)=-\frac{v'(x)}{[v(x)]^2}$ ◊

Quotientenregel:

Sind die Funktionen u und v an der Stelle a differenzierbar mit $v(a)\neq 0$, dann ist auch die Funktion f mit $f(x)=\frac{u(x)}{v(x)}$ an der Stelle a differenzierbar und es gilt:

$$f'(x)=\frac{u'(x)\cdot v(x)-u(x)\cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$$

Beweis:

Es gilt: $f(x)=u(x)\cdot\frac{1}{v(x)}$. Nach der Produktregel gilt dann zusammen mit der Reziprokenregel: $f'(x)=u'(x)\cdot\frac{1}{v(x)}+u(x)\cdot\left(-\frac{v'(x)}{[v(x)]^2}\right)=\frac{u'(x)\cdot v(x)-u(x)\cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$ ◊