LK Mathematik	Arbeitsblatt ALY EX7b Weitere Ableitungsregeln Kettenregel	LK 12.1
NAME:		

Kettenregel:

Wenn die Funktion v an der Stelle a differenzierbar ist und die Funktion u an der Stelle b=$v(a)$ differenzierbar ist, dann ist auch die Funktion f mit $f(x)=u(v(x))$ an der Stelle a differenzierbar und es gilt:

$$f'(x)=u'(v(x))\cdot v'(x)$$

In Kurzform: Äußere Ableitung · Innere Ableitung

Beweis:

Vor. $f(x)=u(v(x))$

u'(b) ex. und v'(a) ex.

Es gilt:

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{u(v(x+h))-u(v(x))}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{u(v(x+h))-u(v(x))}{v(x+h)-v(x)}\cdot\frac{v(x+h)-v(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{u(v(x+h))-u(v(x))}{v(x+h)-v(x)}\cdot\lim_{h\to 0}\frac{v(x+h)-v(x)}{h}\quad GWS$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{u(v(x+h))-u(v(x))}{v(x+h)-v(x)}\cdot v'(x)$$

Für $h\neq 0$ ist auch $v(x+h)-v(x)\neq 0$ und für $h\to 0$ läuft auch $v(x+h)-v(x)\to 0$.

Dann gilt weiter:

$$f'(x)=\lim_{v(x+h)-v(x)\to 0}\frac{u(v(x+h))-u(v(x))}{v(x+h)-v(x)}\cdot v'(x)$$

$$=u'(v(x))\cdot v'(x)\quad\Diamond$$