LK Mathematik	Arbeitsblatt ALY EX6b Weitere Ableitungsregeln Produktregel	LK 12.1
NAME:		

Produktregel:

Wenn die Funktionen u und v an der Stelle a differenzierbar sind, dann ist auch die Funktion f mit $f(x) = u(x) \cdot v(x)$ an der Stelle a differenzierbar und es gilt:

$$f'(x) = u(x) \cdot v'(x) + u'(x) \cdot v(x)$$

Beweis:

Vor. $f(x) = u(x) \cdot v(x)$

$u'(a)$ ex. und $v'(a)$ ex.

Es gilt:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{u(a+h)v(a+h) - u(a)v(a)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{u(a+h)v(a+h) - u(a)v(a+h) + u(a)v(a+h) - u(a)v(a)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \left[\frac{u(a+h) - u(a)}{h} \cdot v(a+h) \right] + \lim_{h \to 0} \left[\frac{v(a+h) - v(a)}{h} \cdot u(a) \right] \quad GWS$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{u(a+h) - u(a)}{h} \cdot \lim_{h \to 0} v(a+h) + u(a) \cdot \lim_{h \to 0} \frac{v(a+h) - v(a)}{h} \quad GWS$$

$$= u'(a) \cdot v(a) + u(a) \cdot v'(a) \quad \Diamond$$